

## UŁAMKI ZWYKŁE

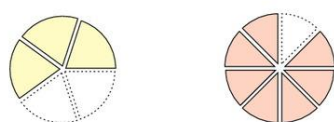
klasa 5

Liczby  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{7}{4}$ ,  $\frac{3}{2}$  i  $\frac{4}{9}$  to przykłady **ułamków zwykłych**. W ułamku liczba występująca nad kreską ułamkową to licznik, a liczba pod kreską ułamkową to mianownik.

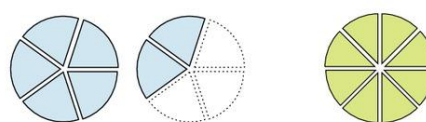


Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika, nazywamy ułamkiem **właściwym**. Ułamki właściwe są liczbami mniejszymi od 1.

Gdy licznik jest większy od mianownika lub równy mianownikowi, to taki ułamek nazywamy **niewłaściwym**. Ułamki niewłaściwe są liczbami większymi od 1 lub równymi 1.

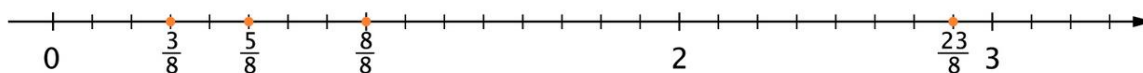
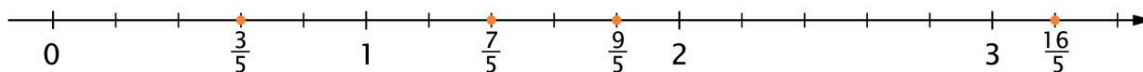


$\frac{3}{5}$        $\frac{7}{8}$   
ułamki właściwe



$\frac{7}{5}$        $\frac{8}{8}$   
ułamki niewłaściwe

Ułamki można zaznaczać na osi liczbowej.



Liczby  $2\frac{3}{4}$ ,  $3\frac{1}{3}$ ,  $2\frac{1}{2}$  i  $3\frac{5}{8}$  to przykłady **liczb mieszanych**. W liczbie mieszanej wyróżniamy część całkowitą i część ułamkową. Liczby mieszane to zapisane inaczej ułamki niewłaściwe.





**przykłady**

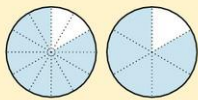
$$8 : 7 = \frac{8}{7} \quad \frac{1}{6} = 1 : 6$$

$$2 : 5 = \frac{2}{5} \quad \frac{9}{4} = 9 : 4$$

Każdy iloraz możemy zapisać w postaci ułamka i odwrotnie — każdy ułamek możemy zapisać w postaci ilorazu dwóch liczb. Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia.



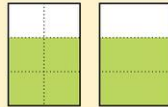
**przykłady**



$$\frac{10}{12} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{5}{6}$$

$$\frac{10}{12} \xrightarrow{=} \frac{5}{6}$$

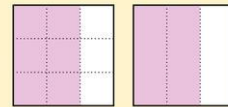
$$\frac{10}{12} \xrightarrow{: 2}$$



$$\frac{4}{6} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{6} \xrightarrow{=} \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{6} \xrightarrow{: 2}$$



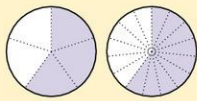
$$\frac{6}{9} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{9} \xrightarrow{=} \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{9} \xrightarrow{: 3}$$



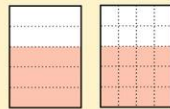
**przykłady**



$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{9}{15}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{=} \frac{9}{15}$$

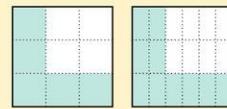
$$\frac{3}{5} \xrightarrow{: 3}$$



$$\frac{3}{5} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{12}{20}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{=} \frac{12}{20}$$

$$\frac{3}{5} \xrightarrow{: 4}$$



$$\frac{5}{9} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{10}{18}$$

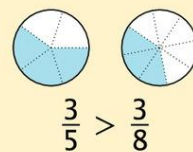
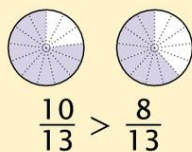
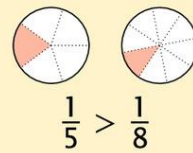
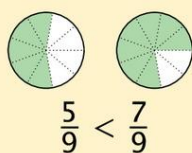
$$\frac{5}{9} \xrightarrow{=} \frac{10}{18}$$

$$\frac{5}{9} \xrightarrow{: 2}$$

Jeśli dwa ułamki mają jednako-  
we mianowniki, to ten uła-  
mek jest większy, który ma  
większy licznik.

Jeśli dwa ułamki mają jedna-  
kowe liczniki, to ten ułamek  
jest większy, który ma mniej-  
szy mianownik.

### przykłady



Obliczając sumę ułamków o jednakowych  
mianownikach, dodajemy ich liczniki  
(mianownik pozostawiamy bez zmiany).  
Jeśli w wyniku otrzymamy ułamek niewłaś-  
ciwy, to warto wyłączyć z niego całości.

Gdy dodajemy liczby mieszane, wygodnie  
jest obliczać osobno sumę części całkowi-  
tych i sumę części ułamkowych.

### przykłady

$$\frac{4}{11} + \frac{6}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{6}{13} + \frac{8}{13} = \frac{14}{13} = 1 \frac{1}{13}$$

$$6 \frac{4}{9} + 3 \frac{7}{9} = 9 \frac{11}{9} = 10 \frac{2}{9}$$

### przykłady

$$\frac{9}{11} - \frac{5}{11} = \frac{4}{11}$$

$$3 \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = 3 \frac{2}{5}$$

$$10 \frac{7}{9} - 6 \frac{2}{9} = 4 \frac{5}{9}$$

Obliczając różnicę dwóch ułamków o jed-  
nakowych mianownikach, odejmujemy ich  
liczniki, a mianownik pozostawiamy bez  
zmiany.

W przykładach takich jak obok, odejmując  
liczby mieszane, można obliczać osobno  
różnicę części całkowitych i różnicę części  
ułamkowych.

W przykładach zapisanych  
obok część ułamkowa od-  
jemnej jest mniejsza niż  
część ułamkowa odjemni-  
ka. W takich sytuacjach  
przed wykonaniem odej-  
mowania zapisujemy od-  
jemną w innej postaci.

### przykłady

$$4 \frac{5}{13} - \frac{6}{13} = 3 \frac{18}{13} - \frac{6}{13} = 3 \frac{12}{13}$$

$$8 \frac{2}{7} - 5 \frac{6}{7} = 7 \frac{9}{7} - 5 \frac{6}{7} = 2 \frac{3}{7}$$

$$2 \frac{7}{18} - 1 \frac{13}{18} = 1 \frac{25}{18} - 1 \frac{13}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

Aby dodać lub odjąć ułamki o różnych mianownikach, najpierw sprowadzamy je do wspólnego mianownika.

**przykłady**

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$$

$$4\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} = 4\frac{3}{12} + 2\frac{4}{12} = 6\frac{7}{12}$$

$$5\frac{2}{9} - \frac{5}{6} = 5\frac{4}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{22}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{7}{18}$$

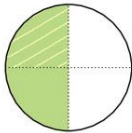
Aby obliczyć ułamek danej liczby, możemy pomnożyć ułamek przez tę liczbę.

**przykłady**

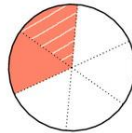
$$\frac{7}{8} \text{ liczby } 6 \text{ to } \frac{7}{8} \cdot 6 = \frac{7 \cdot 6^3}{84} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

$$2\frac{1}{5} \text{ liczby } 9 \text{ to } 2\frac{1}{5} \cdot 9 = \frac{11}{5} \cdot 9 = \frac{99}{5} = 19\frac{4}{5}$$

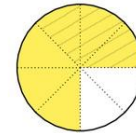
Na każdym z rysunków zamalowano część koła i zakreskowano połowę, czyli  $\frac{1}{2}$  tej części.



$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{1}{2} \text{ to } \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{1}{3} \text{ to } \frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{3}{4} \text{ to } \frac{3}{8}$$

Z poprzedniego rozdziału wiemy, że obliczając ułamek liczby naturalnej, mnożymy ułamek przez tę liczbę. Podobnie będziemy postępować, obliczając ułamek dowolnego ułamka — będziemy wykonywać mnożenie.

$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{1}{2} \text{ to } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{1}{3} \text{ to } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{3}{4} \text{ to } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

Wobec tego możemy zapisać równości:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

Gdy mnożymy ułamki, warto — jeśli to możliwe — uprościć obliczenia, wykonując skracanie.

Można zapisać tak:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 3}{5 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

$$1 \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1}{2}$$

Można też skracać od razu:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

$$1 \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\underset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1}{2}$$

Jeżeli iloczyn dwóch liczb jest równy 1, to każdą z tych liczb nazywamy **odwrotnością** drugiej liczby.

Odwrotność danego ułamka otrzymamy, gdy zamienimy licznik z mianownikiem (oczywiście licznik musi być różny od 0). Na przykład:

Odwrotnością liczby  $\frac{2}{3}$  jest  $\frac{3}{2}$ .

Odwrotnością liczby  $\frac{1}{4}$  jest  $\frac{4}{1} = 4$ .

Odwrotnością liczby  $\frac{3}{2}$  jest  $\frac{2}{3}$ .

Odwrotnością liczby 5 jest  $\frac{1}{5}$ .

Inne przykłady liczb i ich odwrotności przedstawiono w tabeli. Zwróć uwagę, że odwrotnością liczby 1 jest 1.

Liczba	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{5}$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	1
Odwrotność liczby	3	$\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{4}{5}$	1

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

 przykłady

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$

$$2\frac{1}{6} : 1\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{5}{3} = \frac{13}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{13}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

Aby podzielić liczbę przez ułamek, mnożymy tę liczbę przez odwrotność ułamka.

Gdy dzielna lub dzielnik jest liczbą mieszaną, należy ją zamienić na ułamek niewłaściwy.

Dacie radę

